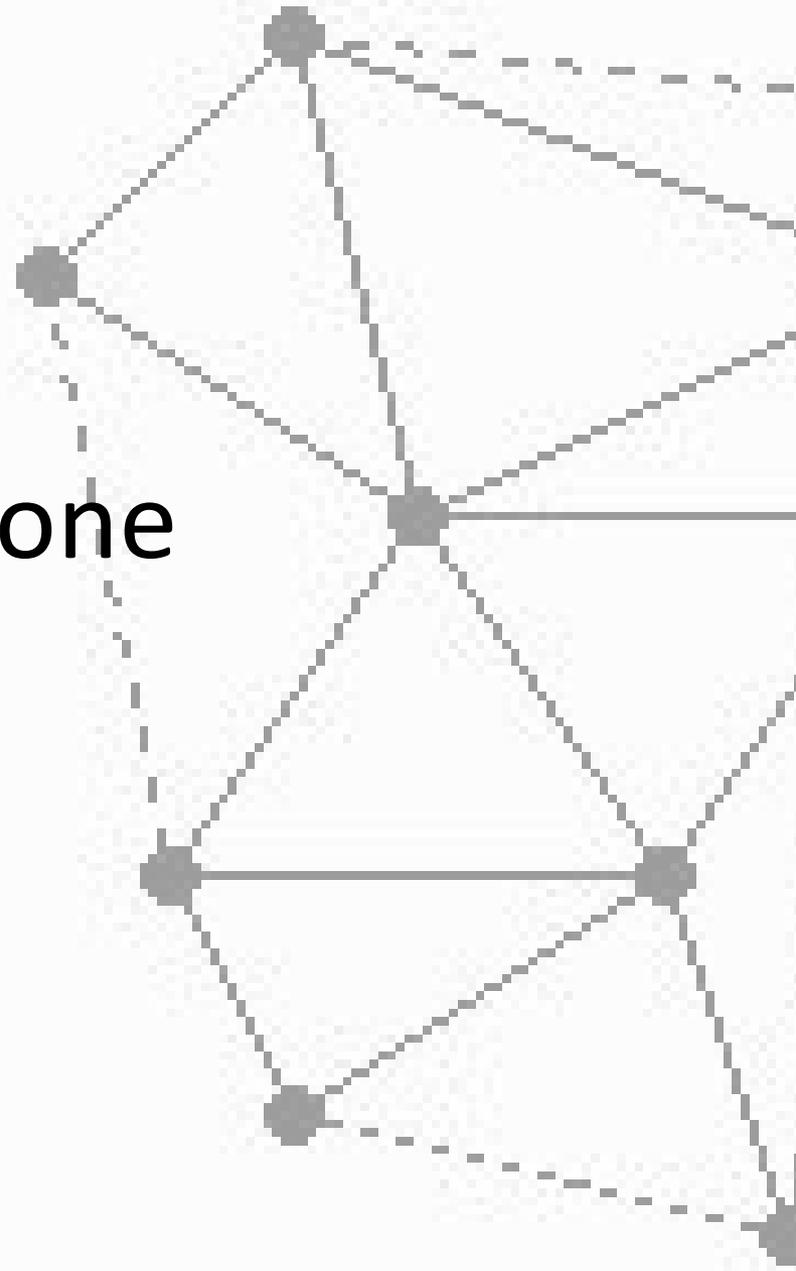




Triangolazione

GPS



Storia di un metodo

- Il metodo della triangolazione fu proposto nel 1533 da Frisius e applicata dal geodeta Snellius nel 1615. In particolare, quest'ultimo nel 1617 misurò la lunghezza di un arco meridiano e le coordinate dei punti posizionati sulla superficie terrestre.
- Un metodo analogo fu utilizzato nel III secolo a.c. da Eratostene di Cirene per misurare il raggio della Terra
- Tale metodo viene ancora utilizzata per la misura di grandi distanze o differenze di quote

Triangolazione e parallasse

- Il metodo della triangolazione e quello della parallasse sono sostanzialmente la stessa cosa
- Entrambe permettono di calcolare grandi distanze tramite misure di angoli di un triangolo, una volta fissata una lunghezza di riferimento
- Il metodo della triangolazione è molto generico e viene utilizzato fondamentalmente per misure terrestri.
- Il metodo della parallasse è impiegato in astronomia per misure astronomiche

Distanza Terra-Luna: Aristarco di Samo

- La prima stima della distanza Terra-Luna, fu fatta da Aristarco di Samo tra la fine del 300 a.c e l'inizio del 200 a.c.
- Aristarco di Samo è stato un astronomo scienziato greco, nato a Samo, una delle maggiori isole egee in prossimità dell'attuale Turchia, studiò ad Alessandria, dove ebbe come maestro Stratone di Lampsaco.
- Visse nel periodo 310 a.c-230 a.c.
- Ideò il sistema eliocentrico e fu uno dei pochissimi sostenitori dell'eliocentrismo nell'antichità
- Mediante il metodo della parallasse o triangolazione stimò che la distanza Terra Luna fosse pari a 780000 stadi. Da alcuni testi antichi, si conosce che uno stadio è pari a 156 m e quindi, tale distanza risultava pari a 123000 km

Distanza Terra-Luna: Aristarco di Samo

- Aristarco utilizzò due metodi geometrici per stimare la distanza terra-luna.
- Nel primo misurò l'angolo tra Luna e Sole nell'istante esatto in cui la Luna si trova in quadratura con il Sole; l'osservazione utile fu fatta quando la Luna è al primo quarto e un poco prima del tramonto del Sole, in modo che entrambi gli astri sono ben visibili.

- Dalla figura si vede che il centro L della luna, il centro S del sole e il centro T della Terra sono i vertici di un triangolo rettangolo



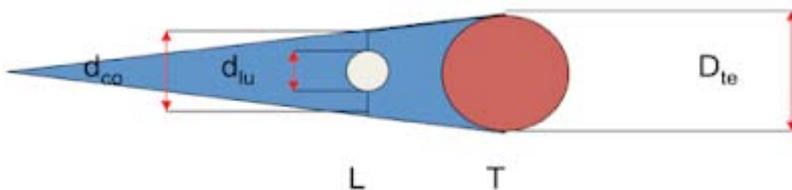
- Misurando l'angolo LTS, risulta facile calcolare LST e quindi, il rapporto TS/TL compreso tra 18 e 20 mentre <https://rivistaclio.com/> il valore moderno è di circa 400. Questo errore è dovuto dal fatto che nel triangolo rettangolo $TL S$ se l'angolo tra il cateto minore e l'ipotenusa è molto vicino a 90° anche piccoli errori nella stima di questo angolo generano grandi errori nel rapporto tra lo stesso cateto minore e l'ipotenusa. Infatti, già una stima di 89° darebbe un rapporto di 57 mentre a $89^\circ 51''$ il valore sale a 382.

Diametro terrestre e diametro lunare

- Aristarco osservando le eclissi lunari aveva notato che la loro durata era maggiore di quelle solari; il passaggio della luna nel cono d'ombra della terra durava tipicamente parecchi minuti e si potevano chiaramente distinguere quattro distinti momenti.



- A) La luna tocca il cono d'ombra della terra
 - B) La luna è entrata completamente nel cono d'ombra della terra.
 - C) La luna inizia da uscire dal cono d'ombra della terra
 - D) La luna è uscita dal cono d'ombra della terra.
- Misurando il rapporto del tempo che intercorreva tra gli istanti A e B oppure C e D (proporzionali al diametro lunare) ed il tempo che intercorreva tra gli istanti A e C oppure B e D (proporzionali al diametro del cono lunare in corrispondenza della orbita lunare) Aristarco riuscì a determinare il rapporto tra il diametro della luna ed il diametro del cono d'ombra della terra



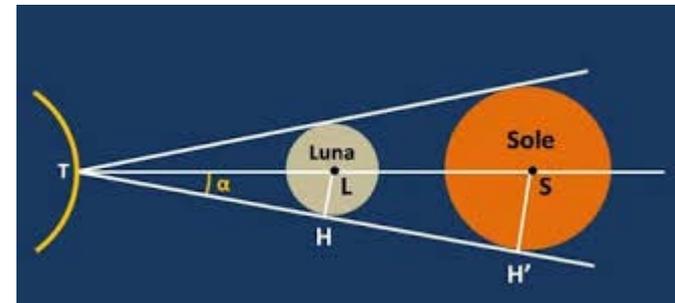
Da qui dedusse che il rapporto m tra il diametro della terra e quello della luna è pari a 2, mentre per le misure moderne è pari a 2,7. Aristarco aveva considerato i due triangoli dei cono d'ombra della terra e cono d'ombra del sole, simili ma naturalmente, questa è un'approssimazione

Distanza Terra-Luna: Aristarco di Samo

- Aristarco osservò che il Sole, durante le eclissi totali, veniva coperto per intero dalla Luna, ciò voleva dire che i due astri sono visti dalla Terra sotto il medesimo angolo e avere un diametro apparente uguale; inoltre, la sezione del cono d'ombra solare che passa per L ed S (vedi figura) può essere considerato due triangoli rettangoli adiacenti
- Il triangolo MLT è simile al triangolo M'ST. Quindi, $M'S/MS=ST/LT=\sim 20$
- Aristarco, giunse alla conclusione la distanza Terra-Luna fosse pari a 20 raggi terrestri.

La misura del raggio della Terra non si

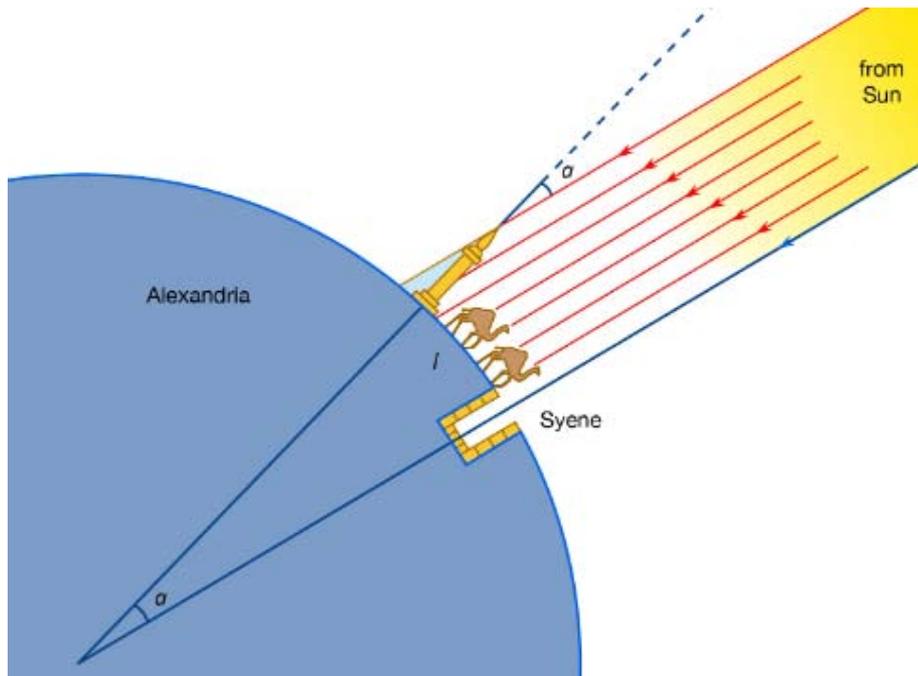
conosceva ancora ma fu opera di studio successivo di Eratostene, sempre mediante il metodo della triangolazione



Misura del raggio Terrestre tramite il metodo della triangolazione

- Eratostene da Cirene (276 a.c. – 195 a.c.) aveva sfruttato le sue conoscenze astronomiche e geometriche per la misura del raggio terrestre.
- Egli sapeva che a Syene, città dell'antico Egitto, a mezzogiorno del solstizio d'estate i raggi del sole cadono a perpendicolo sulla superficie e quindi, ogni oggetto è privo di ombra in quell'istante.
- Nello stesso giorno Eratostene misurò l'inclinazione dei raggi solari rispetto alla verticale nella città di Alessandria di cui si conosceva la distanza da Syene pari a 5000 stadi.
- L'inclinazione misurata era pari a 7.2°

Eratostene: Misura del raggio terrestre



Dalla figura si osserva che si può stabilire la seguente proporzione tra angoli al centro di una circonferenza e archi sottesi

$$2\pi r : d = 360^\circ : 7.2^\circ$$

Dove:

r = raggio terrestre

d = distanza Syene-Alessandria

Facendo alcuni calcoli $r = 2.5 \times 10^5$ stadi
e quindi, ricorrendo che 1 stadio è pari a 156 m
le misure di Eratostene portarono alla conclusione che
il raggio terrestre fosse circa 3.9×10^7 m molto vicino alle misure
attuali di un raggio terrestre pari a 4.01×10^7 m

Triangolazione e mappe

- In generale, il metodo della triangolazione si attua ricoprendo una superficie piana di triangoli adiacenti e disgiunti in modi che dalle dimensioni dell'uno si possano ricavare quelle dell'altro
- La triangolazione utilizza tre punti del terreno, es. A, B, C, come vertici di un triangolo del quale si possono ricavare facilmente almeno tre elementi.
- Gli altri parametri del triangolo si ottengono da teoremi dei dei seni e dal teorema di Carnot



Triangolazione e mappe

- La triangolazione è stata utilizzata per la costruzione delle mappe della superficie terrestre prima dell'avvento dei satelliti. Metodi specifici e molto avanzati che si basano sulla triangolazione sono i seguenti:
 - *La levata topografica* consiste nella misurazione delle distanze e delle altitudini dei vari punti all'interno di ogni triangolo e nella traduzione di questi elementi sulla carta.
 - *L'aerofotogrammetria* consiste nell'esecuzione di fotogrammi scattati da un aereo sempre alla medesima quota. Le fotografie in parte si sovrappongono di modo che ogni punto sia presente in due fotogrammi. La fotografia aerea è comunque completata dalla ricognizione a terra.
 - *La trilaterazione* è un metodo molto avanzato tramite il quale è possibile misurare direttamente e rapidamente lati di grandissima lunghezza, fino a circa 300 km. Coi satelliti è inoltre possibile effettuare misure geodetiche molto precise a scala intercontinentale

GPS

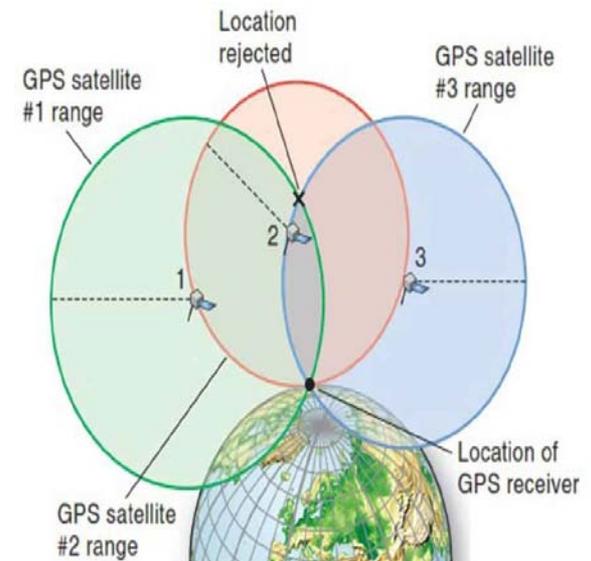
- GPS Sistema di Posizionamento Globale: sistema molto preciso per stabilire la posizione corretta di un osservatore sulla terra. Il metodo utilizza i seguenti strumenti.:
 - Satelliti GPS
 - Triangolazione
- Es. se si conosce la distanza di un operatore da tre punti ben precisi, si può conoscere la posizione esatto
- Quest'ultimo metodo è valido nel piano. Con l'avvento dei satelliti GPS è stato possibile utilizzare la triangolazione nello spazio.

GPS

- Attorno al nostro pianeta orbitano 31 satelliti che inviano continuamente verso la Terra segnali radio. Tale sistema prende il nome di GPS. Progettato e gestito dal governo degli Stati Uniti, nasce nel 1973 ed è liberamente accessibile da chiunque sia dotato di un ricevitore satellitare
- Lo scopo fondamentale del progetto GPS è quello di fornire informazioni di posizionamento a livello globale.
- Tutti i satelliti GPS distano 20000 km dalla superficie terrestre.
- Quando usiamo un ricevitore GPS – come il nostro cellulare – viene sfruttata la posizione di quattro o più satelliti per effettuare una triangolazione, cioè per calcolare la nostra distanza da ognuno di loro e, quindi, in quale punto della superficie terrestre ci troviamo
- Le tre distanze di un solo osservatore da tre satelliti viene calcolata tramite la legge $d=c*\Delta t$ (Fare i soldi con la relatività -Tempo-Guido Tonelli)

Dove:

- d è la distanza da misurare,
- c è la velocità della luce,
- Δt è il tempo misurato dagli orologi atomici posti su ogni satellite



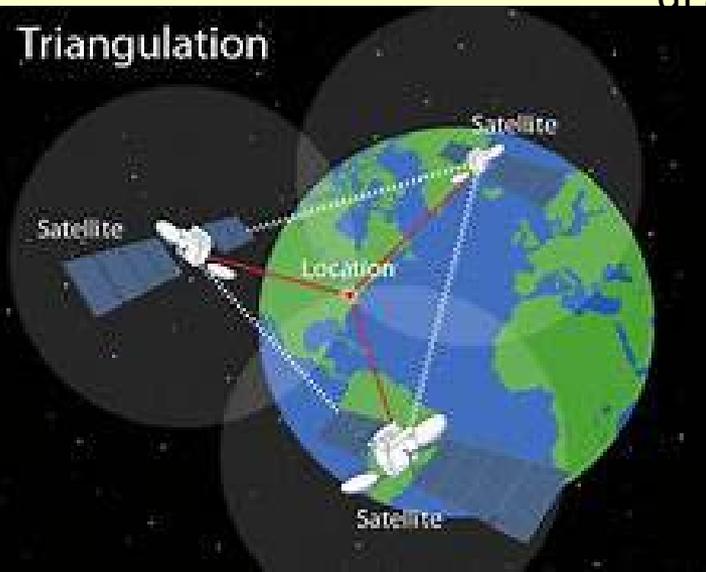
GPS

All'interno di ogni satellite viene fatta la correzione dei tempi i cui errori sono dovuti:

- Relatività-il segnale si muove alla velocità della luce ma il tempo relativistico cambia anche se di poco
- Rifrazione della ionosfera e troposfera
- Tempo coordinato universale UTC.
- Errori di precisione nell'orbita

Ogni ricevitore deve risolvere un sistema di 4 incognite latitudine, longitudine, altitudine e tempo e quindi necessita di almeno 4 equazioni.

Triangulation



La trasmissione del segnale è binario
La frequenza di trasmissione è di 50 bit al secondo
La precisione è dell'ordine di 20 m

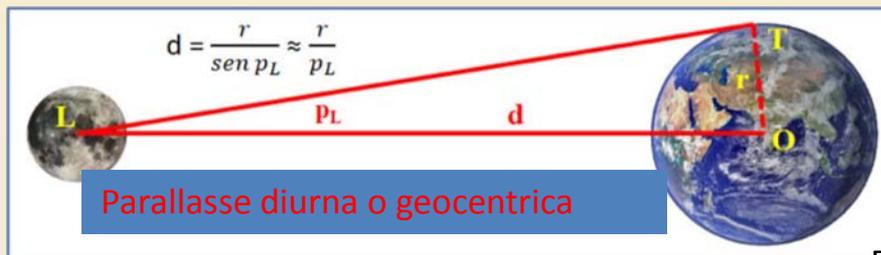
Informazioni utili relative a ciascun satellite

Un segnale GPS contiene tre diversi tipi di informazioni:

- **Codice pseudo-casuale:** è un codice ID che indica quale satellite sta trasmettendo informazioni. È possibile vedere, dal proprio dispositivo, da quali satelliti si sta ricevendo i segnali
- **Dati sulle effemeridi:** Informazioni necessarie per determinare la posizione di un satellite, la data e l'ora correnti.
- **Dati astronomici:** indicano al ricevitore GPS dove deve trovarsi approssimativamente ciascun satellite GPS in qualsiasi momento per diversi mesi e mostrano le informazioni dell'orbita di quel satellite e di ogni altro satellite nel sistema

Parallasse

- Metodo di triangolazione molto utilizzato in astronomia per misurare la distanza di oggetti celesti
- Si definisce come lo spostamento angolare apparente di un oggetto, quando viene osservato da due punti di vista diversi



Dalla rivista CLIO

La parallasse diurna è l'angolo sotto cui un osservatore che si trova sull'astro vede il raggio terrestre



La parallasse geocentrica può essere impiegata per misurare le distanze della Luna, del Sole e dei pianeti del sistema solare.

Quando le distanze sono maggiori bisogna utilizzare una base più estesa. Nel caso in figura è chiaro che l'angolo β sarebbe sempre lo stesso per grandi distanze

La base più lunga che possiamo sfruttare dalla Terra è l'asse maggiore dell'orbita terrestre intorno al Sole. In questo caso si parla di parallasse annua o eliocentrica.

Parallasse solare

- Nel 1716 Edmund Halley sfruttò il transito di Venere sul disco solare per ricavare la parallasse solare. I transiti di Venere sono piuttosto rari, e le prime misure furono fatte nel 1761 e nel 1769.
- Agli inizi del XX secolo, per determinare con maggiore precisione la scala del sistema solare, fu misurata la parallasse di alcuni asteroidi, in particolare Eros, che passa periodicamente a soli 22 milioni di km dalla Terra.
- Per migliorare le misure sulla parallasse solare, nel 1958 furono effettuate delle riflessioni radar di Venere e di asteroidi come Icaro.
- Attualmente l'unità astronomica è determinata con precisione per mezzo della telemetria effettuata con sonde spaziali.

Parallasse stellare

- La parallasse stellare richiede conoscenze sul diametro dell'orbita terrestre perchè sfrutta il cambiamento di posizione assunto dalla Terra durante il suo moto orbitale.
- La tecnica consiste nell'osservazione dello stesso oggetto celeste a sei mesi di distanza per determinarne lo spostamento apparente rispetto allo sfondo. Più una stella è vicina, più la sua parallasse è grande.

